

ANNEXE 4

→ Exemples de situations et de productions d'élèves à analyser

→ Exemples de représentations et de référents pour la classe

1)

Dans un championnat de sprint, on appelle « temps de réaction » l'intervalle entre le coup de pistolet de départ et le moment où l'athlète quitte les starting-blocks.

Le « temps final » comprend à la fois ce temps de réaction et le temps de course.

Le tableau suivant présente le temps de réaction et le temps final de 8 coureurs lors d'une course de sprint de 100 m :

Couloir	Temps de réaction (s)	Temps final (s)
1	0,147	10,09
2	0,136	9,9
3	0,197	9,87
4	0,180	N'a pas terminé la course
5	0,210	10,2
6	0,216	10,04
7	0,174	10,08
8	0,193	10,13

Identifiez les coureurs qui ont remporté les médailles d'or, d'argent et de bronze à l'issue de cette course.

Complétez le tableau ci-dessous avec les numéros de couloir, les temps de réaction et le temps final des coureurs médaillés.

Médaille	Couloir	Temps de réaction (s)	Temps final (s)
OR			
ARGENT			
BRONZE			

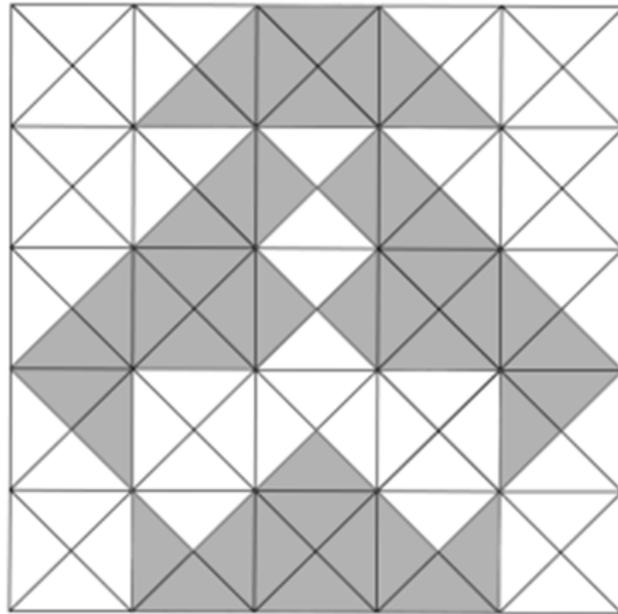
(D'après évaluations PISA-Items libérés-Janvier 2011)

Exemple de production d'un élève :

Médaille	Couloir	Temps de réaction (s)	Temps final (s)
OR	2	0,136	9,9
ARGENT	3	0,197	9,87
BRONZE	5	0,210	10,2

1)

Quelle est l'aire, en cm^2 , de la figure grise ?



Exemple d'une réponse d'élève :

Il y a 43 triangles donc $70,3 \text{ cm}^2$

2)

Effectue la division :

$$\begin{array}{r} 5 \\ | \\ \hline 8 \end{array}$$

➤ Production élève n°4.a.

$$\begin{array}{r} 5 \\ -5 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ | \\ \hline 5 \end{array}$$

➤ Production élève n°4.b.

$$\begin{array}{r} 5 \\ -5 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ | \\ \hline 1 \end{array}$$

➤ Production élève n°4.c.

$$\begin{array}{r} 50 \\ -40 \\ \hline 10 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ \hline 15 \end{array}$$

➤ Production élève n°4.d.

$$\begin{array}{r} 5,0 \\ -0,0 \\ \hline 5,0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ \hline 1 \end{array}$$

➤ Production élève n°4.e.

$$\begin{array}{r} 5 \\ -5 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ \hline 0 \end{array}$$

➤ Production élève n°4.f.

$$\begin{array}{r} 5,000 \\ -0,000 \\ \hline 5,000 \\ -4,800 \\ \hline 200 \\ -160 \\ \hline 0,400 \\ -0,400 \\ \hline 0,000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ \hline 0,625 \end{array}$$

- Compréhension très fragile des notions de fraction et de nombre décimal
- Nécessité dès le début du cycle 3 de travailler davantage la construction de ces notions pour leur donner une réelle signification
- Nécessité de s'appuyer sur les acquis du cycle 2, sur la notion de nombre et la numération de position
- Nécessité de poursuivre cette construction au cycle 4

Les erreurs les plus fréquentes dans les réponses des élèves sont :

- Erreurs relevant du traitement des écritures à virgule comme la juxtaposition de deux entiers
- Erreurs relevant du transfert de techniques utilisées avec les entiers
- Erreurs relevant d'une conception erronée de la définition du nombre décimal.

La compréhension du système de position est essentielle, elle est fondée sur

- Le principe de position : 2 n'a pas la même valeur dans les nombres 233 et 323
- Le principe du rapport de 10 entre les différentes unités : dans 233, le 2 a une valeur 10 fois plus grande que dans 323.

Points de vigilance ...

1)

Multiplier un nombre entier par 10

Multiplier par 10, c'est donner à chacun des chiffres une valeur 10 fois plus grande.

Au cycle 2 : 13×10

13 c'est 1 dizaine et 3 unités

13×10 , c'est 10 dizaines et 30 unités

10 dizaines = 1 centaine et **30 unités = 3 dizaines**

Donc $13 \times 10 = 130$

Au cycle 3 : $13,7 \times 10$

13,7 c'est 1 dizaine 3 unités et 7 dixièmes

$13,7 \times 10$, c'est

10 dizaines, 30 unités, 70 dixièmes

10 dizaines = 1 centaine ; **30 unités = 3 dizaines** et **70 dixièmes = 7 unités**

Donc $13,7 \times 10 = 137$

2)

Comparer des nombres décimaux

Au cycle 2

$$532 < 543$$

car il y a 5 centaines dans chaque nombre, et 32 unités, c'est plus petit que 43 unités.

$$4\ 345 > 765$$

car 4 345 est plus grand que 1 000 et 765 est plus petit que 1 000

Au cycle 3

$$3,82 < 3,9$$

car **3,82 = 382 centièmes** et **3,9 = 390 centièmes**
et 382 centièmes < 390 centièmes

Ou

$$3,82 = 38 \text{ dixièmes et } 2 \text{ centièmes}$$

$$3,9 = 39 \text{ dixièmes}$$

et

- **38 dixièmes, c'est plus petit que 39 dixièmes**

- **2 centièmes est plus petit qu'un dixième**

3)

Techniques opératoires

125	8
- 8	15,625
45	
-40	
50	
-48	
20	
-16	
40	
-40	
0	

« Je rajoute un zéro, et j'ajoute une virgule au quotient »

125	8
- 8	15,625
45	
-40	
50	
-48	
20	
-16	
40	
-40	
0	

5 unités = 50 dixièmes

Au cycle 2

Je partage 12 dizaines en 8
 12 dizaines = 8 × 1 dizaines + 4 dizaines
 12 dizaines – 8 dizaines = 4 dizaines
 Je ne peux pas partager 4 dizaines en 8
4 dizaines = 40 unités

Au cycle 3

[...] Il reste 5 unités que je ne peux pas partager en 8
5 unités = 50 dixièmes
 50 dixièmes = 8 × 6 dixièmes + 2 dixièmes...

Pour effectuer $5 \div 8$
5 unités = 50 dixièmes

5	0
---	---

8	6
	1
	10

Aux cycles 3 et 4

Donne l'écriture décimale de $\frac{3}{5}$
3 = 30 dixièmes
 30 dixièmes ÷ 5 = 6 dixièmes = 0,6

4)

Une autre façon d'effectuer « 5 divisé par 8 », sans poser la division :

- En 5, combien de fois 8 ? Je ne peux pas, je transforme donc 5 unités en 50 dixièmes.
Dans 50 dixièmes, je peux mettre 8 fois 6 dixièmes et il reste 2 dixièmes, donc 5 unités, c'est 8 fois 6 dixièmes + 2 dixièmes
- En 2 dixièmes, combien de fois 8 ? Je ne peux pas, je transforme donc 2 dixièmes en 20 centièmes.
Dans 20 centièmes, je peux mettre 8 fois 2 centièmes et il reste 4 centièmes,
donc 5 unités, c'est 8 fois 6 dixièmes + 8 fois 2 centièmes + 4 centièmes.
- En 4 centièmes, combien de fois 8 ? Je ne peux pas, je transforme donc 4 centièmes en 40 millièmes.
Dans 40 centièmes, je peux mettre 8 fois 5 millièmes et il ne reste rien.

En conclusion :

- 5 unités, c'est 8 fois 6 dixièmes + 8 fois 2 centièmes + 8 fois 5 millièmes,
ou encore
- 5 unités, c'est 8 fois (6 dixièmes + 2 centièmes + 5 millièmes)

Issu d'ERMEL CM2 : établir des graduations.



Sur la bande, placer 2 et 3 unités.
 - Pliage de la bande pour reporter unité.
 - Report du dixième

Situations d'associations fractions-étiquettes-représentations

Présentation du matériel.

Construction du nombre indiqué sur la carte avec le matériel unité.



Unité

Unité
partagée en
10 parts
égales

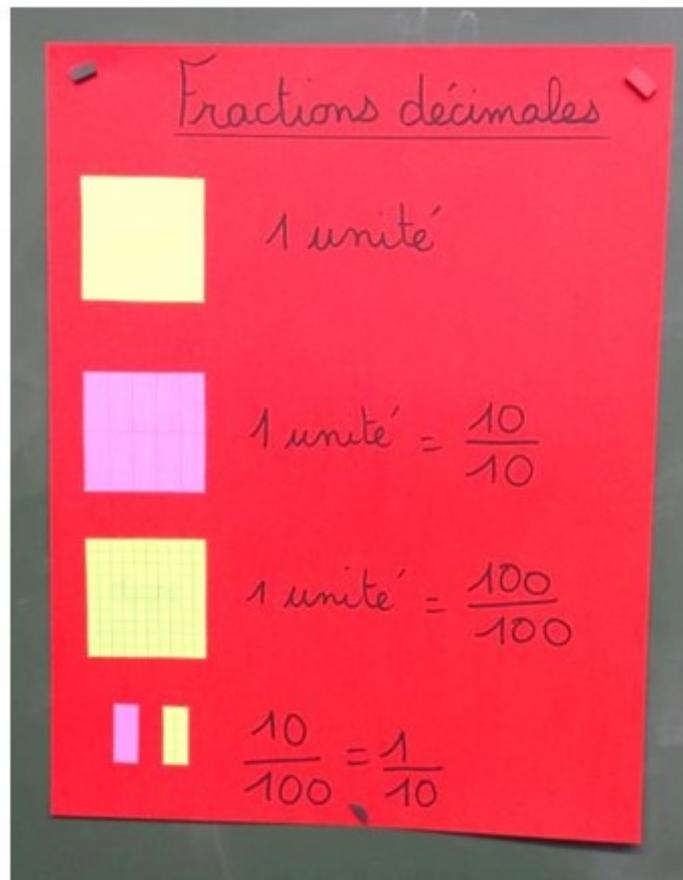
Unité
partagée en
100 parts
égales

2 unités et 6 centièmes	206 centièmes
26 dixièmes	$\frac{26}{100}$
$2 + \frac{6}{100}$	$\frac{20}{10} + \frac{6}{100}$

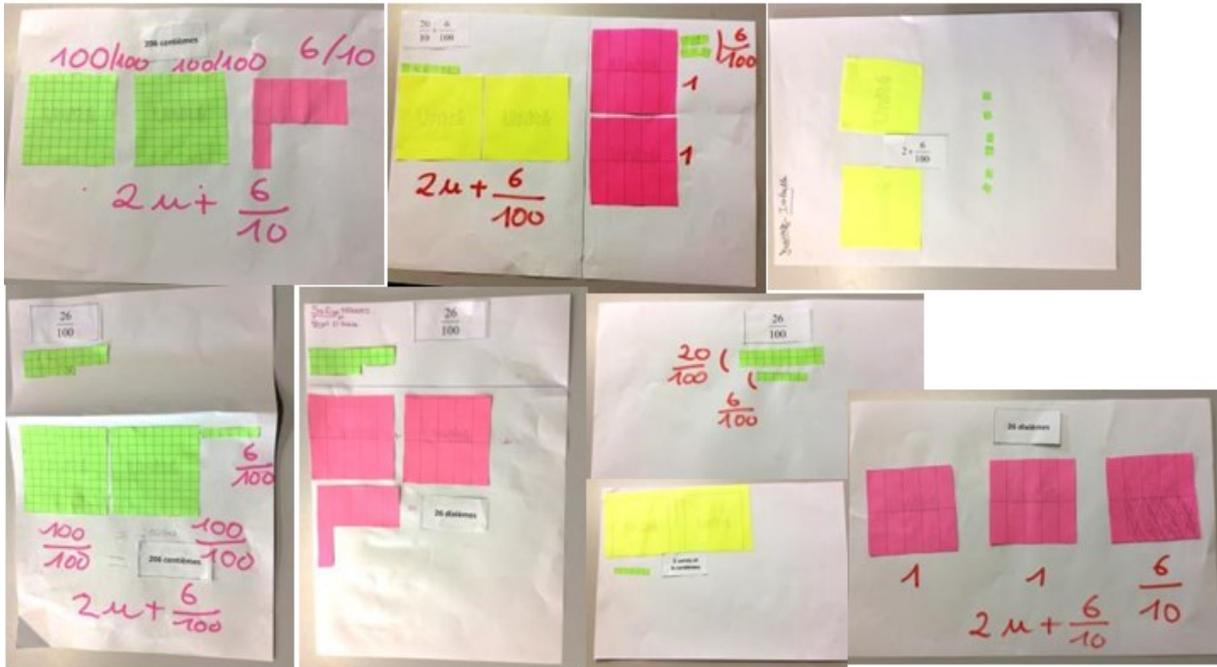
Source : Eduscol

http://cache.media.education.gouv.fr/file/Fractions_et_decimaux/41/8/RA16_C3_MATH_frac_dec_annexe_2_673418.pdf

Matériel de références



Comparer l'écriture des fractions décimales



LA CARTE D'IDENTITÉ D'UN NOMBRE

Sept tiers $\frac{7}{3}$



L'unité est la pêche



On dispose de plusieurs unités. On partage chaque unité en trois parts égales et on prend 7 parts.

$\frac{7}{3}$ est plus grand qu'une unité

$2 + \frac{1}{3}$ $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$
2 unités et un tiers 7 fois $\frac{1}{3}$

$2 < \frac{7}{3} < 3$



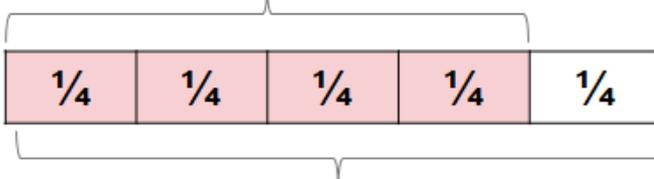
Le nombre qui, multiplié par 3, donne 7
 $3 \times \dots = 7$ $\frac{7}{3} = 7 \div 3$

$\frac{14}{6}$ $\frac{35}{15}$ $\frac{70}{30}$ $\frac{7}{3} \approx 2,333\dots$

$\frac{7}{3}$ n'est pas un nombre décimal

DÉFINITION DE LA FRACTION PARTAGE

U



« On a une unité. On partage cette unité en 4 parts égales. On prend 5 parts.

3- Deux niveaux d'institutionnalisation

En fin de séance : bilan oral ou écrit
Au sein de la séquence: institutionnalisation élaborée à partir des bilans précédents et sur des exemples étudiés.

Les exercices demandés aux élèves -> recueillir les productions et les analyser.

- Ecrivez dix-huit unités et trois centièmes (laisser 10 secondes)
- Ecrivez vingt-cinq centièmes (laisser 10 secondes)
- Ecrivez quatre dixièmes (laisser 10 secondes)

- Entoure le nombre à virgule égal à $\frac{3}{10}$
3,10 ; 0,3 ; 0,03 ; 30,00 ; 3,0 ; 3,00

- Entoure la fraction égale à 0,38 :
 $\frac{38}{10}$; $\frac{0,38}{100}$; $\frac{38}{100}$; $\frac{38}{1000}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{0}{38}$

- Entoure la fraction égale à 80,5 :
 $\frac{804}{100}$; $\frac{80}{4}$; $\frac{84}{10}$; $\frac{804}{10}$; $\frac{804}{1000}$

- $\frac{1}{4} = \dots ?$
- Entoure le plus petit des nombres : 150,65 150,7
- Ecris un nombre compris entre 82,5 et 82,6
- Encadre 895,53 par deux entiers consécutifs
- Encadre $\frac{385}{10}$ par deux entiers consécutifs
- Encadre $12 + \frac{5}{100}$ par deux entiers consécutifs
- $11,39 \times 10$
- $7,14 \times 100$
- $3,256 \times 1000$
- $32,5 \times 100$
- $3,72 \times 1000$
- $37 : 10$
- $67 : 100$
- $16,2 : 10$

Questions flash ...

- Combien de dixièmes dans $\frac{352}{100}$?
- Quel est le chiffre des dixièmes dans $\frac{734}{100}$?
- Calculer : 3 fois $\frac{42}{10}$
- Un dixième partagé en 10, c'est ...
- 100 fois un dixième, c'est ...
- Deux fois un dixième c'est : a) un centième b) un vingtième c) deux dixièmes d) deux vingtièmes
- La moitié de la moitié de l'unité, c'est ...
- La moitié de l'unité plus la moitié de l'unité, c'est ...
- Lecture de représentations de fractions diverses ou de situations du type « réglette cuisenaire » (cf situation 1)
- En calcul en ligne, calcul de périmètres (cf situation 4)
- En calcul en ligne : 2 unités et 57 centièmes + 5 unités et 8 dixièmes = ?
- En calcul en ligne : 35 dixièmes – 13 centièmes = ?
- En calcul en ligne : « À la boulangerie j'achète 3 croissants à 1,10 €, 2 baguettes à 80 centimes et une brioche à 4,40 €. Quel est le montant de mes achats ? »
- Donner plusieurs autres écritures de : « le quart de 13 unités »
- Donner plusieurs autres écritures de : « 13 quarts de l'unité »
- Quel est le nombre d'unités dans 6 dizaines et 60 dixièmes ?
- Quel est le chiffre des unités dans 6 dizaines et 60 dixièmes ?
- Combien y a-t-il de millimètres dans 15 cm ?
- Quel est le nombre entier compris entre $\frac{328}{100}$ et 43 dixièmes ?

Eduscol Annexe 2 : De la fraction simple à la fraction décimale

Le rituel de la fraction ...

Pour exercer les compétences :

Lire – écrire une fraction

Placer une fraction sur une ligne graduée

Représenter une fraction

Comparer avec l'unité

Décomposer une fraction

Associer des écritures différentes

Encadrer entre deux entiers

Le support du rituel "fraction du jour" évolue (droite graduée).

LA FRACTION DU JOUR :

JE TROUVE DIFFÉRENTES ÉCRITURES :

JE LA COMPARE AVEC L'UNITÉ : _____ I

JE L'ENCADRE ENTRE DEUX ENTIERS : < _____ <

JE LA PLACE SUR LA DROITE GRADUÉE :

$\frac{9}{2}$

LA FRACTION DU JOUR :

JE TROUVE DIFFÉRENTES ÉCRITURES :

$\frac{18}{4}$	$4 \text{ ou } \frac{1}{2}$
neuf demis	① ① ① ①

JE LA COMPARE AVEC L'UNITÉ : $\frac{9}{2}$

JE L'ENCADRE ENTRE DEUX ENTIERS : $\frac{9}{2}$

JE LA PLACE SUR LA DROITE NUMÉRIQUE :

LA FRACTION DU JOUR :

JE TROUVE DIFFÉRENTES ÉCRITURES :

neuf -demis		$4 \text{ ou } \frac{1}{2}$
$\frac{18}{4} \times \frac{1}{2}$	$\frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2}$	$5 \text{ ou } - \frac{1}{2}$

JE LA COMPARE AVEC L'UNITÉ : $\frac{9}{2} > 1$

JE L'ENCADRE ENTRE DEUX ENTIERS : $4 < \frac{9}{2} < 5$

JE LA PLACE SUR LA DROITE NUMÉRIQUE :