DENC
Direction de l'Enseignement
de la Nouvelle-Calédonie

# La résolution de problèmes : un enjeu pour comprendre les mathématiques et acquérir des compétences

***Document de travail élaboré par le groupe mathématiques/ Dick Ukeiwe; Nicolas Tessier, Xavier Boussemart, Catherine Vatonne/ Nouvelle Calédonie 2019***

Sources utilisées pour cette note :

- Catherine Houdement Université Rouen enseignant chercheur ESPE LDAR ESENESR septembre 2017 la résolution de problèmes arithmétiques à l'école

- article d'Annie Feyfant IFE « La résolution de problèmes au primaire n° 105 novembre 2015 dossier de veille

- site IFE ENS LYON

- BO du 26 avril 2018 Circulaire sur la résolution de problèmes à l'école élémentaire MEN Ministre Jean Michel Blanquer

Evaluations TIMSS 2015 / collége Boston. Net/

Evaluations TIMSS : traduction des exercices site académique Moselle

Plusieurs chercheurs s'accordent à démontrer l'importance des énoncés des problèmes pour comprendre les notions mathématiques abstraites, pour comprendre et exercer les propriétés des opérations et des nombres.

Ainsi, **Annie Feyfant** rappelle que la compétence à résoudre des problèmes est souvent citée comme l'une des compétences clés du 21° siècle. Les processus de résolution de problème devraient être la source et le support principal de l'apprentissage des mathématiques pendant tout le primaire. Les situations proposées permettent de faire le lien entre le monde qui entoure els élèves et les mathématiques qui intervient comme un langage à part entière.

Il y a un enjeu à porter institutionnellement l'importance de faire des problèmes : la résolution de problèmes doit être au cœur de l'activité mathématique des élèves tout au long de la scolarité obligatoire. Ce travail est structuré et régulier pour faire acquérir aux élèves les connaissances et compétences leur permettant de :

- comprendre les mathématiques, les propriétés des nombres et des opérations,
- d'établir une stratégie pour le résoudre en s'appuyant sur un schéma, ou en décomposant le problème en sous-problèmes, ou bien par des essais ou encore par des analogies avec des problèmes connus ;
- mettre en œuvre la stratégie établie ;
- prendre du recul sur le travail en analysant l'efficacité et la pertinence des solutions et stratégies employées dans le but de les réutiliser ultérieurement,
- comprendre que les mathématiques sont un langage décrivant et expliquant le monde qui nous entoure et qui implique une démarche conceptuelle portant la validité des résultats des observations et des explications  par la preuve.

# Du côté de l'élève : les stratégies en jeu dans la résolution de problèmes

**<u>Les stratégies renvoient entre autres à :</u>**

- comprendre le problème : relire, reformuler, repérer l'information donnée et l'information nécessaire
- élaborer un plan : comparer avec des expériences antérieures, étudier des stratégies possibles, choisir une stratégie parmi un répertoire constitué
- mettre le plan en œuvre : appliquer la stratégie choisie puis faire les calculs éventuels, procédures à mettre en œuvre, s'assurer de l'exactitude des résultats
- vérifier des résultats : notamment vérifier le caractère raisonnable de la réponse,
- réajuster si besoin et opérer des rétro-actions ;
- aller au-delà d'une collecte directe d'informations
- se montrer ouvert à la nouveauté
- comprendre un problème c'est en construire une représentation, une compréhension peut s'effectuer par « *particularisation d'un schéma* ».

**<u>Que font les élèves résolveurs ?</u>**

Selon les travaux de **Jean Julo**, ils essaient de se remémorer comment ils ont procédé antérieurement. Parfois, ils disent *« à peine réfléchi et instantanément, on a eu l'idée de l'opération qui donne la réponse ».*

*Pour **Jean Julo** Psychologue cognitiviste « L'accès aux connaissances et leur « instanciation » dans une situation donnée ne sont pas des phénomènes triviaux, même dans le cas où l'on a une bonne compréhension et une bonne pratique de ces connaissances. Ce sont ces processus cognitifs ad hoc qui vont faire que l'on est capable ou non de mettre cette situation sous une forme telle, que nos connaissances deviennent mobilisables pour les traiter. »* <u>Ces processus ont un versant représentationnel et un versant opératoire en étroite interaction.</u>

→ Le versant représentationnel ne se réduit pas à la seule compréhension de l'énoncé. **Jean Julo** parle de « représentations particularisées » c'est-à-dire ponctuelles et occasionnelles. Ce versant implique des connaissances que **Jean Julo** appelle « schémas de problèmes » et qui interviennent dans la résolution de problèmes. Ces « schémas de problèmes » sont liés directement aux situations particulières que nous avons rencontrées auparavant et à l'expérience représentationnelle que nous avons acquise à leur propos.

Ainsi, résoudre un problème passe par la construction d'une représentation de ce problème et la réussite à ce problème enrichit notre mémoire des problèmes … résolus. Cette mémoire des problèmes (sous forme de schémas de problèmes) rencontrés et résolus joue un rôle décisif dans la façon dont nous nous représentons un nouveau problème à résoudre**.**

A partir de ce concept de Mémoire des problèmes (ou de Schémas des problèmes) , on peut considérer qu'un élève, confronté à un problème, devrait utiliser deux opérations mentales :

- soit il active , dès la lecture, un schéma adéquat qu'il associe, voire adapte, au problème à résoudre ;

- soit en l'absence d'un tel schéma, l'élève doit construire « de toutes pièces » une représentation « ad hoc » (qui lui semble convenir) du problème.

**Catherine Houdement** confirme le modèle de **Jean Julo** :

Certains élèves infèrent directement du contexte, la bonne opération. Les réponses orales montrent bien le rôle de leur mémoire des problèmes. Pour d'autres, la convocation de l'opération est moins immédiate. Ils infèrent seulement en hésitant entre addition et soustraction ou entre multiplication et division puis décident de la « bonne » opération par différents types de contrôle. Ils testent successivement plusieurs opérations.

**Catherine Houdement** a mis en évidence des contrôles de plusieurs natures qu'on peut regrouper en 3 grandes catégories : le contrôle pragmatique, le contrôle sémantique et le contrôle syntaxique.

→ Exemple de Déborah qui doit trouver le poids d'une table, en connaissant la masse en Kg de 25 tables. Elle effectue une première inférence dite sémantique en choisissant d'emblée la division. Mais suite aux questions du chercheur, elle a un doute et met en œuvre 2 contrôles :

- Ordre de grandeur du résultat calculé « C'est beaucoup trop ! » Contrôle pragmatique
- Contrôle sémantique idée qu'elle a de la division. Elle pense que c'est une opération qui sert à partager.

Les deux contrôles lui font rejeter la multiplication.

Les inférences et contrôles syntaxiques concernent les stratégies de transformation d'écriture, de reformulation, les conversions orales et écrites ,

Ex : « *Il faut faire 573 plus quelque chose égale 1260* », « *J'ai essayé de faire faire 6 fois quelque chose, …* »

Les inférences et les contrôles sont des constructions mentales (souvent implicites, voire inconscientes) qui font avancer le sujet. Cependant, un contrôle n'assure pas nécessairement une réponse juste.

Pour résoudre des problèmes complexes, il y a nécessité de connecter des informations et de qualifier les résultats (une manière de qualifier le problème : précision de l'unité de mesure et son rôle dans le problème).

Pour résoudre ces problèmes complexes, des élèves ont construit des sous-problèmes calculables utiles, mais avec parfois des défauts de qualification des résultats intermédiaires.

Un problème complexe est un agrégat de problèmes élémentaires « cachés ». Il s'agira pour le résolveur de construire des problèmes élémentaires sous-jacents calculables, et qui font avancer la réponse.

**<u>Récapitulation :</u>**

Il existe bien des schémas de problèmes, une mémoire des problèmes résolus, qui permettent l'inférence de l'opération ou du champ conceptuel dont relève le problème.

Ces références mémorielles sont filtrées par des inférences et contrôles sémantiques, pragmatiques et syntaxiques.

Le rôle que jouent les problèmes élémentaires dans la résolution des problèmes complexes renforce la nécessité d'un enseignement renforcé des problèmes élémentaires.

Il devient donc urgent et crucial d'enrichir la mémoire des problèmes pour chaque élève. Cet enrichissement passe nécessairement par la rencontre des élèves avec des problèmes qu'ils mènent à terme.

## Du côté de l'enseignement : des démarches recommandées

Les performances des élèves s'améliorent dès lors que les séances sont réellement orientées vers la résolution effective de problèmes, respectant un certain dispositif pédagogique et didactique caractérisé par la recherche de solution à des situations problèmes, la mise en réseau de connaissances, la conversion des représentations : registres textuels, numériques, iconique et la catégorisation des situations problèmes afin de construire un ensemble de « schémas référents ».

La présentation des énoncés peut aussi jouer un rôle dans la réussite ou l'échec de l'engagement dans la tâche et la résolution.

La place de la question s'avère parfois déterminante. L'énoncé apporte une information organisatrice permettant d'activer le schéma adéquat, l'intégration des données qui suivent la question et le calcul en cours de lecture de l'énoncé. En l'absence de mémoire à long terme, les sujets sont obligés de construire en mémoire de travail « une représentation ad hoc de la situation problème dite modèle de situation » en lien avec la situation proposée.

On sait également que la résolution de problèmes est une affaire de stratégie à l'économie.

Il est important de contextualiser les apprentissages puis d'accompagner la dé-contextualisation et la re-contextualisation ainsi les élèves construisent des connaissances pragmatiques en manipulant les mathématiques au travers de situations de la vie quotidienne qui se combinent à des processus d'interprétation sémantique.

L'enjeu est alors de présenter aux élèves une diversité de situations afin qu'ils puissent exercer des schèmes existants, tout en cherchant à faciliter l'identification du but à atteindre, de la catégorie de problèmes ou de l'information à sélectionner. (Priolet 2014)

→ <u>Ainsi, la variabilité des situations à proposer aux élèves ne doit pas à elle seule caractériser l'enseignement</u>.

<u>Mais la progressivité des apprentissages doit s'anticiper, une part d'explicitation est à mettre en œuvre.</u>

En effet, suite à l'évaluation Timss adressée aux élèves de fin de CM1, il a été constaté que les élèves français ont éprouvé des difficultés dans le cas de problèmes à 2 ou 3 étapes. Seulement 42% des élèves résolvent ce type de problème contre 62 à 70% pour les autres pays de l'Union européenne.

**Exemple de problème extrait de Timss**

*Une bouteille de jus de pomme coûte 1,87 zeds.*

*Une bouteille de jus d'orange coûte 3,29 zeds.*

*Julien a 4 zeds.*

*Combien de zeds Julien doit-il avoir en plus pour acheter les deux bouteilles ?*

*A. 1,06 zeds B. 1,16 zeds C. 5,06 zeds D. 5,16 zeds*

A l'école primaire, il convient de commencer par des problèmes additifs et soustractifs élémentaires c'est-à-dire en une étape, avant de proposer des problèmes plus complexes – multiplicatifs élémentaires – et d'augmenter progressivement le nombre d'étapes.

Au sein d'une même catégorie de problèmes, une progressivité doit être également établie en tenant compte des différents niveaux de difficulté et de la nécessité de connaître les différents sens des opérations en particulier pour la soustraction.

**Exemple de progressivité autour d'un problème relevant de la soustraction.**

1. *Léo et Lucie ont 43 billes à eux deux. Léo a 6 billes. Combien Lucie a-t-elle de billes ?*
2. *Lucie avait 43 billes ce matin. Elle a perdu 6 billes pendant la récréation. Combien a-t-elle de billes maintenant ?*
3. *Lucie avait 43 billes ce matin. Elle a perdu 37 billes pendant la récréation. Combien a-t-elle de billes maintenant ?*
4. *Lucie a gagné 6 billes à la récréation. Maintenant elle a 43 billes. Combien de billes avait-elle avant la récréation ?*

Ce travail sur les problèmes élémentaire en une étape constitue des briques élémentaires sur lesquelles pourront s'appuyer les élèves pour résoudre les problèmes en plusieurs étapes. Toutefois, il est important de proposer des problèmes à deux étapes dès le début du cycle 2 afin que les élèves ne se construisent de faux théorème en acte : « résoudre un problème c'est trouver la bonne opération » ou « résoudre un problème c'est prendre deux nombres et choisir une opération notamment celle étudiée ».

L'enseignement explicite de la résolution de problèmes doit s'appuyer sur des temps spécifiques (cf mise en œuvre) et des références construites avec les élèves et notées dans des cahiers pour garder la trace des apprentissages : cahiers de références dans lesquels les problèmes sont triés, classés, et des résolutions modélisées.

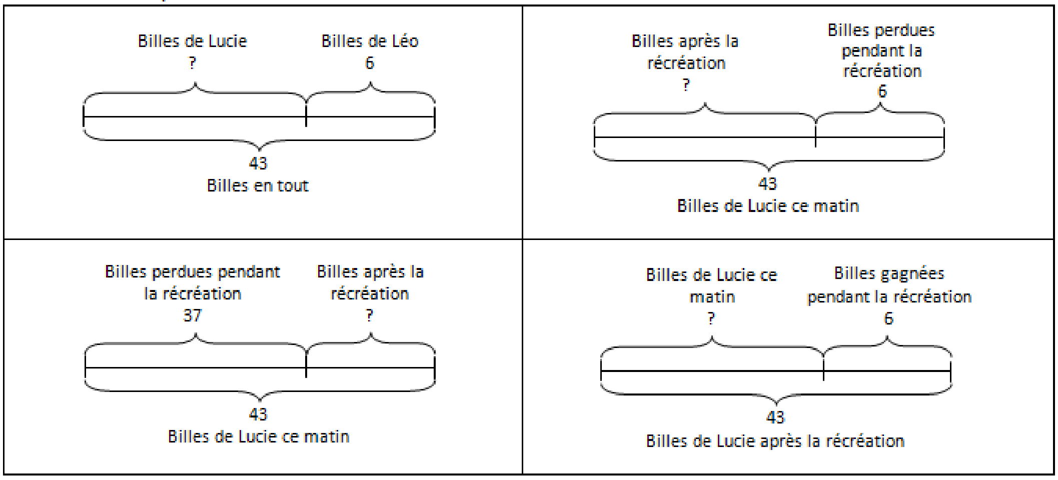
**→ <u>Des références à construire pour construire une mémoire de situations problèmes :</u>**

<u>Ces références peuvent être des résolutions de problèmes types</u> sur lesquelles les élèves pourront s'appuyer lors de séances ultérieures pour résoudre correctement d'autres problèmes proposés. La <u>formalisation de ces exemples-types doit être l'occasion **d'introduire des représentations,** sous forme de schémas bien adaptés</u>, permettant :

- **la modélisation** des problèmes proposés. Elles ne sont bien sûr jamais rendues obligatoires (en particulier pour les élèves en réussite qui n'en ont pas besoin) ;

- **une catégorisation des problèmes aussi large que possible en faisant des analogies**, par exemple, entre les problèmes pouvant s'appuyer sur les mêmes représentations lors des résolutions de problèmes ultérieures (« c'est comme... »).

**Exemples de représentation possible pour le problème de Léo et Lucie**




## <u>Un exemple de démarche :</u>

1. Lors de la mise en situation en résolution de problèmes, un temps d'échanges collectifs permet aux élèves d'identifier ce que l'on cherche, d'émettre des hypothèses, d'élaborer collectivement des stratégies, de confronter des idées et d'en débattre, de proposer des méthodes de résolution avant de s'engager dans la tâche. Le but est de favoriser la dévolution de la situation en particulier pour les élèves qui ne font pas à faire le lien entre le problème posé et le modèle mathématique dont il relève.

2. Pendant la phase de recherche, Il est nécessaire d'accorder d'abord aux élèves un temps de travail individuel en amont de la mise au travail par binôme ou groupe, afin de leur permettre de s'approprier le problème chacun à leur rythme et ainsi faciliter l'engagement de tous les élèves dans la tâche de résolution.

3. Lors de la mise en commun puis de l'institutionnalisation d'une séance de mathématiques, l'objectif est de confronter des idées et d'en débattre, de proposer des méthodes de résolution ou encore d'élaborer collectivement des stratégies, de faire émerger une procédure de résolution particulière ou une représentation-type voire de soumettre à la classe des problèmes créés par les élèves eux-mêmes. Cependant, tous les problèmes traités n'ont pas nécessairement besoin de faire l'objet de cette mise en commun en particulier si tous les élèves ont réussi à traiter de façon satisfaisante un problème donné. Une validation des réponses dans les cahiers est alors suffisante. De même, si seuls un ou deux élèves n'ont pas réussi à traiter un problème donné, une action spécifique auprès de ces élèves peut être plus efficace qu'un échange en classe entière.
   A l'inverse si aucun élève ne fait ce qui est attendu, l'enseignant ne doit pas renoncer à ce modèle ou attendre qu'il émerge nécessairement d'un élève de la classe. Il peut le proposer lui-même, par exemple en le présentant comme une méthode utilisée par un élève l'année précédente, en invitant les élèves de la classe à discuter de la justesse et de la pertinence de la résolution proposée.

→ Ce qui peut être fait en amont, la question de la remédiation :

Le lexique des mathématiques peut être abordé en amont. Parler de la droite, du centre a, par exemple, un sens bien spécifique en mathématiques. Il est certainement nécessaire pour la plupart des élèves de spécifier ce langage de désignation qui peut faire l'objet d'encarts dans les cahiers de références.
« Modéliser » et « calculer » sont deux compétences fondamentales pour la résolution de problèmes à l'école élémentaire. Là encore, les élèves doivent y être préparés puis entraînés ensuite.
Ainsi, l'analyse des productions des élèves est un moment important qui apporte des informations précieuses sur les habiletés à renforcer.

Les erreurs liées à la modélisation :
Les principales difficultés lors de la modélisation peuvent être :
- l'élève ne fait pas le lien entre le problème posé et le modèle mathématique dont il relève ;
- l'élève ne comprend pas le sens de l'énoncé ;
- l'élève en ne propose pas de solution ou encore la solution proposée ne s'appuie pas sur les opérations attendues.

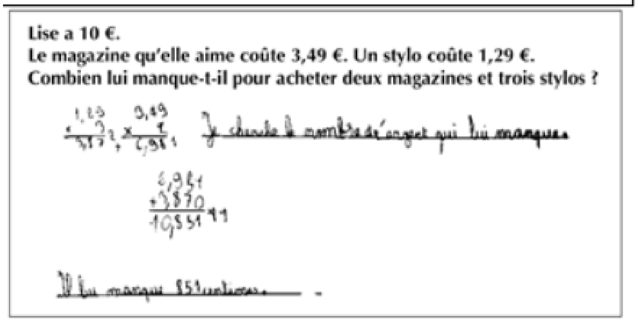
Dans ce cas, un travail important devra être mené pour s'assurer que les élèves concernés comprennent effectivement l'énoncé et soient en mesure de le reformuler. Ils peuvent être invités à effectuer une représentation de la situation ou même à reproduire la situation en utilisant un matériel approprié, comme des images représentant les articles achetés et de la monnaie factice.

## Les erreurs liées aux calculs :

Les calculs effectués, mentalement ou en les posant, sont erronés, la ou les erreurs pouvant être dues à une méconnaissance de faits numériques ou à une maîtrise imparfaite des algorithmes de calcul utilisés.

Dans ce cas, la modélisation est correcte, les élèves concernés peuvent simplement être invités à travailler avec d'autres élèves ayant également modélisé correctement la situation, pour vérifier si leurs résultats sont plausibles, comparer les calculs effectués et échanger afin de se mettre d'accord sur le résultat à trouver.

Difficultés à « calculer »




## → **<u>Un enseignement organisé :</u>**

Il convient de proposer dans les programmations de mathématiques des exemples de problèmes élémentaires par cycle, ceux dont on vise la résolution « quasi automatique » en fin de cycles, des problèmes pour chercher, exercer des procédures, des problèmes ouverts pour créer des démarches et prendre des initiatives. Ces trois niveaux taxonomiques se retrouvent dans les protocoles d'évaluations internationaux (TIMSS, PISA…).

Ainsi, on visera à enrichir la mémoire des élèves sur les problèmes, leur donner des occasions de résoudre des problèmes et de les réussir seuls, à clarifier les types de problèmes dont on attend qu'ils soient résolus « automatiquement » par les élèves : les problèmes basiques ; à donner des problèmes arithmétiques liés à une seule opération sans information superflue, avec une syntaxe simple « one step problems », à proposer des problèmes verbalement « Les problèmes arithmétiques verbaux ou à énoncés verbaux racontent des histoires. Ils sont donnés avec des mots et font intervenir peu de symbolisme mathématique. En anglais on utilise les expressions « word problems » ou « story problems » ; à proposer des situations pour permettre l'invention de procédures.

# Se constituer un répertoire de problèmes

Un enseignement progressif, structuré, explicitant des démarches de résolutions et construisant des références, implique de présenter aux élèves une diversité de problèmes :

- en prenant appui sur des classifications,
- en observant une progressivité des situations proposées.

Dans une première approche et selon une catégorisation de **Catherine Houdement** qui s'intéresse aux problèmes numériques de la classe en insistant sur la réussite aux « problèmes élémentaires » vus comme briques élémentaires de raisonnement, on dira que les problèmes variés à présenter aux élèves sont :

- les problèmes dits « élémentaires » dont on vise la résolution quasi immédiate avec des éléments « simples » de raisonnement (**Mendeleiev**). C'est la catégorie des problèmes à 2 données pour les problèmes liés à la proportionnalité] où il s'agit de déterminer la troisième à énoncé court, syntaxe simple, sans information superflues. Ce sont les « ONE STEP PROBLEMS » étudiés par **Gérard Vergnaud** sur des structures additives et multiplicatives ;

- très liés aux premiers, les problèmes d'entrainements mais avec des étapes ;

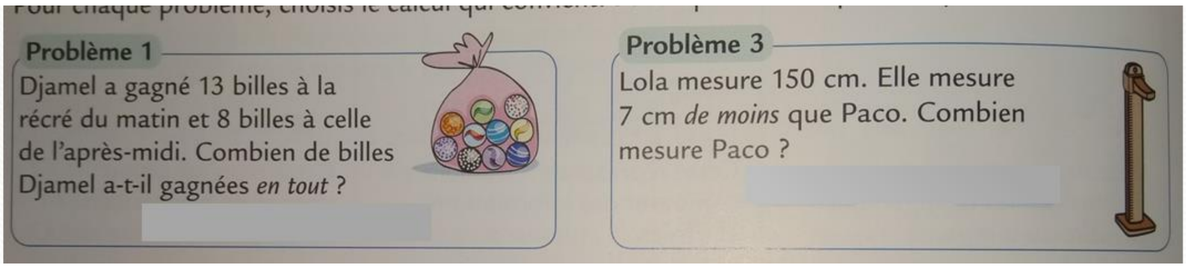
- les problèmes « complexes» . Ils sont complexes par la distance, dans l'énoncé, entre des informations qui devront être connectées pour la construction de la réponse ;

- Les problèmes « atypiques » ayant un caractère non routinier, paraissant à priori, inabordables pour les élèves mais avec, pourtant, la possibilité d'être résolus avec des connaissances déjà connues par les élèves.

<u>Nous proposons un travail définitoire plus précis ci-dessous.</u>

Les problèmes proposés par l'enseignant sont dépendants de l'intention et nécessitent une clarté dans ses objectifs. On ne proposera pas le même type d'énoncé et à certains moments, des séances dévolues uniquement à la résolution de problèmes seront menées.

Lorsque par exemple on observe dans certains manuels, la prévalence d'énoncés de ce type :


**Problème 1**
Djamel a gagné 13 billes à la récré du matin et 8 billes à celle de l'après-midi. Combien de billes Djamel a-t-il gagnées *en tout* ?

**Problème 3**
Lola mesure 150 cm. Elle mesure 7 cm *de moins* que Paco. Combien mesure Paco ?

Bordas Au rythme des Maths CM

On confronte les élèves à certains types de problèmes qui comportent de nombreuses limites si on ne fait que travailler sur ceux-ci.

Ainsi :

- ils sont restrictifs tout au long du manuel dans leur format et ne permettent pas d'exercer d'activité de reconnaissance, de tri de données.
- le questionnement est fermé.
- on ne laisse pas ou peu le droit à l'erreur…

Pour présenter une variété organisée de situations problèmes aux élèves, on peut s'appuyer sur le classement de **Catherine Houdement** en précisant un peu plus :

- les problèmes simples pour apprendre à modéliser. Ce sont des problèmes fermés sur lesquels les élèves pourront s'appuyer lors de séances ultérieures pour résoudre d'autres problèmes plus complexes.
  Un exemple est développé ci-après avec les problèmes impliquant l'opération « soustraction » (parmi lesquels l'addition lacunaire, aussi appelée « à trous ») ;

- les problèmes d'entraînement impliquant une ou plusieurs opérations ;

- de véritables problèmes pour chercher où la démarche est au moins autant privilégiée que les calculs.

1- **Qu'est-ce qu'un problème simple pour apprendre à catégoriser ?**

**Définition**

On parle ici de problèmes fermés qui ne contiennent pas d'étape intermédiaire.
La catégorisation est un préalable aux problèmes ouverts et aux problèmes pour chercher : les élèves vont s'exercer sur des procédures simples qui les amènent peu à peu à ordonner un grand nombre de problèmes. Cette étape, nécessaire, n'est pas pour autant suffisante : c'est ce travail de catégorisation qui sera *in fine* réinvesti dans une démarche heuristique (Voir plus loin).
Catégoriser, c'est inférer des structures connues et fournir des points d'appui pour l'étude de problèmes ouverts et pour chercher.
L'un des outils de catégorisation les plus connus est la typologie de **Gérard Vergnaud**. On le retrouve sous plusieurs formes condensées ; voici des exemples de documents en ligne :
http://ien-lille3-villeneuvedascqsud.etab.ac-lille.fr/files/2019/01/typologie_pb_additifs.pdf
(IEN Lille 3)
http://www.ac-grenoble.fr/ien.haut-gresivaudan/IMG/pdf/Typologie_des_problemes_additifs_et_multiplicatifs_cycle_2.pdf
(IEN Grenoble)

La typologie de **Gérard Vergnaud** rassemble 7 familles de problèmes additifs et soustractifs, 2 familles de problèmes multiplicatifs et 2 familles de problèmes relatifs à la division. Cela dit, la richesse des situations proposées vient enrichir ces classements : nous avons développé ci-dessous les cas de la soustraction et de la division.

Il appert que la catégorisation des problèmes est le résultat d'une fréquentation assidue de différents modèles énoncés, qui ne sont pas toujours explicites pour le praticien.
La catégorisation selon **Gérard Vergnaud** est explicitée dans la première partie de ce document (Académie de Dijon) : http://mathematiques21.ac-dijon.fr/IMG/pdf/Synthese_docs_problemes.pdf

***Cas particulier de l'opération « soustraction »***

Voici un développement avec la typologie des problèmes aboutissant à l'opération soustraction (ou addition lacunaire « à trou »), qui correspond à des situations distinctes, selon que l'on recherche :

- un reste : transformation d'un état : un état initial subit une transformation pour aboutir à un état final ; recherche de l'état final.
  Voir cette vidéo[1] :
  https://www.reseau-canope.fr/lesfondamentaux/discipline/mathematiques/operations/le-sens-de-la-soustraction/combien-reste-t-il.html
- Un manque : composition de deux états : recherche d'une partie d'un tout.
  Voir cette vidéo :
  https://www.reseau-canope.fr/lesfondamentaux/discipline/mathematiques/operations/le-sens-de-la-soustraction/combien-manque-t-il.html
- Combien de plus / combien de moins : Comparaison d'état, recherche de la comparaison (combien de plus/de moins).
  Voir cette vidéo :
  https://www.reseau-canope.fr/lesfondamentaux/discipline/mathematiques/operations/le-sens-de-la-soustraction/combien-de-plus-combien-de-moins.html
- Combien a été ajouté ou retiré : transformation d'un état, un état initial subit une transformation pour aboutir à un état final ; recherche de la transformation d'un état connaissant les états initial et final.
  Voir cette vidéo (ajout) :
  https://www.reseau-canope.fr/lesfondamentaux/discipline/mathematiques/operations/le-sens-de-la-soustraction/combien-a-ete-ajoute.html
  Voir cette vidéo (retrait) :
  https://www.reseau-canope.fr/lesfondamentaux/discipline/mathematiques/operations/le-sens-de-la-soustraction/combien-a-ete-retire.html
- Combien y avait-il au début ? l'état final est connu et la transformation est une quantité ajoutée connue.
  Voir cette vidéo :
  https://www.reseau-canope.fr/lesfondamentaux/discipline/mathematiques/operations/le-sens-de-la-soustraction/combien-y-avait-il-au-debut.html

[1] Source Eduscol. Vidéos en ligne ici : https://primabord.eduscol.education.fr/le-sens-de-la-soustraction-avec-les-fondamentaux

***Cas particulier de « l'opération division »***

« L'opération division » est aussi un cas particulier, car son calcul dépend de ce que l'on recherche, autrement dit du questionnement du problème. Ledit problème peut correspondre à une situation de division décimale ou euclidienne, et dans ce dernier cas, ses deux résultats (quotient ou reste) doivent être interprétés.

- ***La division euclidienne*** : cette opération s'écrit sous la forme de l'égalité caractéristique suivante :

  *Quotient = (dividende x diviseur) + reste     où le reste est toujours inférieur au diviseur*

  Plusieurs questions sont envisageables pour l'énoncé qui suit :

  *« Pour la sortie de fin d'année, l'APE invite toute l'école (enfants et adultes) au cinéma, ce qui fait 175 personnes. »*

  Première question possible : *combien de bus peut-on remplir en totalité ?*

  Deuxième question possible : *combien le directeur doit-il réserver de bus ?*

  Troisième question possible : *combien y aura-t-il de personnes dans le dernier bus (si on remplit tous les autres) ?*

  Ce problème correspond bien à une situation de division euclidienne car un quotient décimal ne fait pas sens (on ne débite pas des autobus en tronçons pour y mettre des passagers).

  Observons au passage que la division euclidienne à reste non nul ne correspond pas à une multiplication à trou.

  On comprend aisément que le nombre recherché correspond soit au quotient (première question), soit au quotient + 1 (deuxième question), soit au reste (troisième question).

  Cette prise en compte du sens de la question est nécessaire dans une étape dite de dévolution (voir plus loin) : que cherche-t-on ? En amont, ce questionnement permet également de choisir entre la division euclidienne et la division décimale (à aborder naturellement après l'étude des nombres décimaux).

- ***La division décimale*** : cette opération ne donne que le quotient. L'énoncé correspond donc à un dividende que l'on distribue au-delà du nombre entier de parts, comme dans des problèmes portant sur les grandeurs ou les monnaies (dollar, euro…). Cf. cet énoncé :

  *« 100 kg de letchis ont été cueillis par 8 enfants. Combien de kg de letchis chaque enfant a-t-il ramassés (en moyenne) ? ».*

- Ici, la notion de reste n'a pas de sens. Il faut « finir l'opération » jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de letchis.

  Cette opération correspond alors à une multiplication à trou.

  Remarque : il faut bien se rappeler la définition d'un nombre décimal. On s'attachera à proposer des divisions dont la partie décimale du quotient est une suite finie[2] (éviter les autres nombres réels, par exemple les quotients de 22 :7 ; 10 :3 ; etc.).

***Ressources vidéo :*** voir aussi[3]

- La division euclidienne, nombre de parts :
  https://www.reseau-canope.fr/lesfondamentaux/discipline/mathematiques/operations/le-sens-de-la-division/diviser-nombre-de-parts.html
- La division euclidienne, valeur d'une part :
  https://www.reseau-canope.fr/lesfondamentaux/discipline/mathematiques/operations/le-sens-de-la-division/diviser-valeur-dune-part.html
- La division euclidienne ; interpréter le reste :
  https://www.reseau-canope.fr/lesfondamentaux/discipline/mathematiques/operations/le-sens-de-la-division/interpreter-le-reste.html

**Exemples de problèmes simples pour catégoriser (sitographie)**

Sous ce lien (Académie de Nancy), l'enseignant trouvera de nombreux exemples d'énoncés chacun rattaché à un type de problème selon Vergnaud.
https://www4.ac-nancy-metz.fr/ia54-circos/ienvandoeuvre/sites/ienvandoeuvre/IMG/pdf/banque_de_problemes_selon_la_typologie_de_vergnaud.pdf

Il est possible de complexifier ou de simplifier les énoncés en jouant principalement sur les quantités. Si l'enseignant choisit, au début et à la fin de chaque séance de mathématiques, une entrée et une sortie par les problèmes, la principale variable portera sur les nombres à opérer, en plus des grandeurs choisies.

On sera vigilant à ne pas marginaliser les problèmes peu développés dans le document, comme par exemples ceux afférant à la proportionnalité. On convoquera des situations simples de proportionnalité dans l'étude des différentes grandeurs.

---

[2] Un nombre décimal peut s'écrire sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10, autrement dit « la partie après la virgule est finie »

[3] Source : https://www.reseau-canope.fr/lesfondamentaux/discipline/mathematiques/operations.html

D'autres problèmes liés à un type selon Vergnaud sont référencés dans la seconde partie du document précédemment cité :

http://mathematiques21.ac-dijon.fr/IMG/pdf/Synthese_docs_problemes.pdf pages 15 à 58.

Chacun de ces problèmes est étalonné pour s'adresser à un niveau de classe de la GS au CM2.

## Qu'est-ce qu'un problème d'entraînement dit à étapes ?

**Définition**

Il s'agit de problèmes qui font le lien entre la première catégorie des problèmes pour apprendre à catégoriser, et les problèmes pour chercher.
Ces problèmes peuvent être plus ou moins guidés par des questions intermédiaires. La suppression des questions intermédiaires qui constituent une forme d'étayage de la démarche est une variable, qui rapproche ou éloigne l'énoncé d'un problème ouvert pour chercher.

Voici une citation d'un document de l'académie de Poitiers: [4]
*« Une attention toute particulière [doit être accordée] au rebrassage des connaissances. Pour permettre à la majorité des élèves de construire un apprentissage suffisamment solide et structuré, nous avons cherché à maintenir en relation d'une part les situations de référence et leurs variations et d'autre part les catégories de problèmes déjà étudiées. Ce rebrassage des connaissances se produit déjà au moment des débats sur les procédures utilisées pour résoudre la situation de référence, mais nous l'avons systématisé dans des séances de production et de tri d'énoncés. Pour nous, ces problèmes inventés doivent être éprouvés, lors de leur résolution, par le groupe classe. Ainsi, ces séances suscitent la créativité tout en faisant appel aux connaissances anciennes. Pour renforcer la circulation des connaissances, des séances de résolution de problèmes complexes ont été placées dans chacune des séquences. En effet, résoudre un problème complexe consiste à sélectionner et organiser les informations de l'énoncé afin de concevoir des étapes et de planifier sa résolution. Nous incitons ainsi les élèves à réutiliser, à bon escient, les connaissances acquises pour des classes de problèmes abordées antérieurement. Remarquons que cette démarche difficile n'est envisageable avec la majorité des élèves que si les sous-problèmes afférents à la résolution ont déjà été rencontrés et si le contexte de l'énoncé leur est familier. »*

**Exemples de problèmes d'entraînement (sitographie)**
*Cycles 2 et 3 :*
Réseau ROMA : voir à la suite de ce document pour les problèmes d'entraînement.

***Problèmes pour le cycle 2*** *:*
Banque conséquente de problèmes classés par types (ac-Grenoble) :

http://www.ac-grenoble.fr/ien.haut-gresivaudan/IMG/pdf/exemples_de_problemes_cycle_2_classes.pdf

[4] http://ww2.ac-poitiers.fr/dsden16-pedagogie/sites/dsden16-pedagogie/IMG/pdf/8_sequences_resoudre_problemes_cycle_3.pdf

***Problèmes pour le cycle 3*** *:*

Académie de Paris :

https://www.ac-paris.fr/portail/jcms/p2_1798079/problemes-du-mathathlon?cid=p1_610637

Académie de Poitiers :

http://ww2.ac-poitiers.fr/dsden86-pedagogie/IMG/pdf/groupe4_c16.pdf

## Qu'est-ce qu'un problème pour chercher ? [5]

Quand la typologie des problèmes a été abordée, il devient possible de la réinvestir pour apprendre aux élèves à chercher (voir, à ce propos, la procédure heuristique).

**Définition**

Les élèves doivent pouvoir s'approprier facilement la situation et se représenter la tâche pour s'y engager avec leurs connaissances antérieures. La difficulté doit se situer non dans la compréhension de la situation, mais dans les moyens de répondre à la question posée. Penser à varier la présentation.

Le problème doit être « consistant », c'est-à-dire présenter une certaine « résistance ». Il ne doit pas donner lieu à une réponse qui résulte d'un traitement immédiatement reconnu.[6]

Donner un problème de recherche, c'est lancer un défi. Il est important que les élèves « fassent leur » le problème et qu'ils aient envie de relever le défi. De ce point de vue, l'attitude du maître est aussi décisive que le choix du problème.

La validation de la solution doit être le plus possible à la charge des élèves, ils doivent pouvoir se rendre compte par eux-mêmes du bien-fondé ou non de leur réponse.

**Une procédure heuristique [7]**

Il convient de ménager un créneau à l'emploi du temps pour construire des démarches de résolutions de problèmes.

Une telle séance peut être observée par exemple ici (groupe « Mathématiques » du Loir-et-Cher) : https://www.dailymotion.com/video/x59tzm0

Cette démarche défend une découverte par construction basée sur la résolution de problèmes (recherche et découverte).

On distingue les niveaux opératoires, tactiques et stratégiques. Le premier regroupe des savoir-faire élémentaires, le dernier est le plus intuitif et le plus difficile. Mais l'expérience rend les niveaux inférieurs de plus en plus riches et efficaces.

Selon les cas, devant un problème :

- c'est un problème connu (ou un cas particulier).

Ce premier cas se produit d'autant plus souvent qu'on a plus d'expérience.

- c'est un problème qu'on peut ramener à une combinaison de problèmes plus simples.

Ce second cas correspond à une analyse.

- c'est un problème ressemblant à un problème qu'on sait traiter.

Ce troisième cas est le plus intuitif, fertile mais incertain, car les problèmes analogues ont souvent, mais pas toujours, des solutions analogues.

---

[5] Source ancien document d'accompagnement MEN 2002

[6] Dominique Pernoux

[7] Voir à ce propos les travaux de George Pólya (1887-1985).

Si le résultat n'est pas bon, on remet en cause la démarche.
Si le résultat est correct, il est bon de voir si on peut faire mieux, plus efficace ou plus général, afin d'enrichir son expérience.

### Des séquences de « problèmes pour chercher » ?

A la question de savoir si cet enseignement se conduit à l'occasion de séquences dédiées, la réponse est oui.
Plusieurs éléments gagnent en effet, dans la méthodologie de la résolution de problèmes, à être abordés de manière détachée.
En premier lieu, on organisera un moment dédié à explicitation de l'énoncé écrit.
Il est par exemple possible de découvrir collectivement l'énoncé de manière progressive. On commencera par expliciter tous les éléments susceptibles d'entraver la compréhension, mais on se projettera aussi dans la démarche de résolution en suivant ces étapes : lecture de l'énoncé ; explicitation du vocabulaire mathématique ; forme place et sens de la question ; identification des données numériques ; identification des étapes du problème.

Cette phase d'appropriation, que l'on appelle aussi « dévolution du problème » (Guy Brousseau), permet à l'élève, une fois réalisée, d'assumer la responsabilité de l'apprentissage.
Plus pragmatiquement, elle permet de faire tomber un à un tous les obstacles qui entravent la compréhension du problème.

Petit à petit, on vise ainsi à amener les élèves à construire et utiliser des répertoires de situations qui, à terme, donneront du sens aux opérations et rendront plus sûr le choix des procédures de résolutions.

On trouvera sous ce lien une somme articulée de huit séquences complètes axées sur les problèmes pour chercher :
http://ww2.ac-poitiers.fr/dsden16-pedagogie/sites/dsden16-pedagogie/IMG/pdf/8_sequences_resoudre_problemes_cycle_3.pdf

**Exemples de problèmes pour chercher**
Bases de données de problèmes pour chercher :
IREM Réunion (avec embryon de démarche) http://irem.univ-reunion.fr/spip.php?article581 (cycle 2)
D Pernoux : http://dpernoux.free.fr/ouvertsc2.doc (cycle 2)
Académie de Lyon http://www2.ac-lyon.fr/etab/ien/rhone/villeurbanne1/spip.php?article252 (cycle 2)
IREM de Lyon http://math.univ-lyon1.fr/irem/spip.php?rubrique141 (cycle 3)
Collection de sites https://www.charivarialecole.fr/archives/511 (cycle 3)

# Des supports, des dispositifs possibles et faciles à mobiliser

## 1- M@ths en-vie : un outil au service de la résolution de problèmes

Proposé par Carole CORTAY et Christophe GILGER de l'Académie de Grenoble, M@ths en-vie est un dispositif pluridisciplinaire (mathématiques et français avec l'utilisation d'outils numériques).
Il a pour objectifs :

- d'ancrer les mathématiques au réel ;
- d'améliorer la compréhension en résolution de problèmes ;
- de développer la perception des élèves sur les objets mathématiques qui les entourent.

L'enjeu est d'exercer les élèves à repérer des éléments mathématiques dans des situations réelles prises en photo afin de créer un répertoire de représentations transférables dans d'autres situations.

L'utilisation de la photo ou de la vidéo offre ainsi une première représentation de la situation. Cela permet de construire ce temps intermédiaire entre une situation vécue, réelle et une abstraction complète. L'élève pourra alors engager un questionnement l'amenant à rentrer dans la situation et dans une réflexion mathématique pour résoudre son problème. Et construire le cheminement intellectuel d'une situation.

L'ensemble des domaines mathématiques peut être ainsi abordé en lien avec la progression de l'enseignant :

- **Espace et géométrie :** observer des photos et en extraire des éléments géométriques (formes, volumes, parallèles, angles droits...) pour les classer, les catégoriser.
- **Nombres et calculs :** en prenant appui sur une sortie mathématique au sein de l'école ou dans le quartier proche, les élèves prennent conscience de l'importance des nombres dans la vie quotidienne (commerce, panneau de signalisation, affiches...). Ils peuvent alors créer des énoncés de problèmes et résoudre des problèmes en lien avec une classe partenaire.
- **Grandeurs et mesures :** le travail commence d'abord sur les grandeurs notamment la notion d'ordre de grandeur. Les classes peuvent par exemple se lancer des défis : trouver un ordre de grandeur, associer une unité de mesure à un nombre brut pris d'une photo...

**Liens utiles :**

- Présentation vidéo du dispositif :
  http://www.ac-grenoble.fr/ien.st-gervais/mathsenvie/IMG/mp4/videog.mp4
- Le site M@ths en-vie :
  http://www.ac-grenoble.fr/ien.st-gervais/mathsenvie/?lang=fr
- Une banque de photos :
  http://www.ac-grenoble.fr/ien.st-gervais/mathsenvie/spip.php?rubrique7
- Des exemples dans des écoles :
  http://www.ac-grenoble.fr/ien.st-gervais/mathsenvie/spip.php?rubrique15

## 2- Les fichiers de l'école Jean-Jacques Rousseau

Ces documents de Kevin Gueguen sont un travail de synthèse, d'analyse et de méthodologie sur la résolution des problèmes du CP au CM2. Tels qu'ils ont été conçus, ces fichiers sont au nombre de cinq mais ne sont pas rattachés à un niveau de classe.

Ils ont pour but de proposer :

- une schématisation/modélisation explicite des situations mathématiques rencontrées ;
- une démarche de découverte et d'approfondissement progressive et spiralaire des différentes catégories de problèmes basée sur la typologie de Gérard Vergnaud ;
- des stratégies de résolution efficaces en étudiant la structure profonde des problèmes.

Les étapes et stratégies essentielles pour enseigner la résolution de problèmes :

1) Lecture et compréhension
2) Reconnaître la structure du problème.
3) Compléter la structure : mettre en équation.
4) Résoudre cette équation.
5) Exprimer le résultat, la réponse.
6) Expliciter sa démarche.

Pour aller plus loin sur ces étapes et stratégies : ici

**Liens utiles :**

- Sommaire :
  http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/documents/doc-maths-argenteuil/sommaire-document-kevin
- Le fichier 1 :
  http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/documents/doc-maths-argenteuil/fichier-niveau-1-edition-2-2017-2018-version-3
- Le fichier 2 :
  http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/documents/doc-maths-argenteuil/fichier-niveau-2-edition-4-2017-2018
- Le fichier 3 :
  http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/documents/doc-maths-argenteuil/fichier-niveau-3-edition-4-2017-2018
- Le fichier 4 :
  http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/documents/doc-maths-argenteuil/fichier-niveau-4-edition-4-2017-2018
- Le fichier 5 :
  http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/documents/doc-maths-argenteuil/fichier-niveau-5-edition-2-version-2017-2018
- L'analyse de l'IFE sur ces fichiers :
  http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/mathematiques-en-education-prioritaire/reportage-argenteuil/des-situations-mathematiques

## 3- Banque d'énoncés de problèmes arithmétiques et son outil de recherche multicritères

L'Académie de Poitiers propose un outil permettant de trouver des problèmes en lien avec la typologie de Gérard Vergnaud. A chaque énoncé de problème sont attachés des mots-clés faisant référence à cette typologie. C'est pourquoi la connaissance de cette typologie est un préalable à toute recherche multicritères sur ce site.


Une recherche multicritères aboutira si l'utilisateur sélectionne :

- un champ opératoire : Addition/soustraction ou Multiplication/division
- une catégorie qui relève du champ opératoire identifié. Par exemple, Réunion/extraction, Augmentation/diminution et Comparaison sont 3 catégories différentes appartenant au champ opératoire Addition/soustraction.
- une recherche en respectant le code couleur de la catégorie sélectionnée. Par exemple, si l'utilisateur a sélectionné Addition/soustraction (dans Champ opératoire) et Augmentation/diminution (en jaune, dans Catégorie), peut choisir Recherche de l'état final ou Recherche de l'état initial ou encore Recherche de la valeur de la transformation (en jaune).

Pour affiner sa recherche, l'utilisateur pourra choisir

- un domaine numérique, auquel se rapportent les données de l'énoncé
- un degré de difficulté : simple ou complexe. Dans ce site, un énoncé simple comprend une seule question explicite tandis qu'un énoncé complexe est caractérisé par la présence de plusieurs questions explicites ou d'une seule question explicite nécessitant une (ou plusieurs) étape(s) intermédiaire(s) implicite(s). Chaque énoncé complexe comprend une description de la nature de la complexité.
- la présence de données inutiles
- la nécessité de procéder à des conversions d'unités.

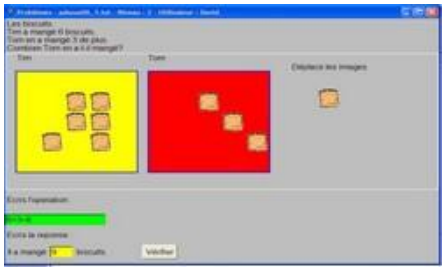
**Liens utiles :**

- Le moteur de recherche :
  http://alecole.ac-poitiers.fr/enonces/

- Des éléments sur la résolution de problèmes :
  http://alecole.ac-poitiers.fr/enonces/spip.php?article482

## 4- Logiciel « Problèmes Cycle 2 » – Situations d'apprentissage ou d'étayage

Ce logiciel a été conçu pour proposer des situations d'apprentissage ou d'étayage concernant l'exploitation des données numériques au cycle 2 (GS – CP – CE1).
Le logiciel convient à des non lecteurs ou des apprentis lecteurs car tous les champs de texte des activités peuvent être entendus lorsque l'on clique dessus. Les problèmes ont été regroupés en quatre grandes classes suivant qu'ils font intervenir :



- des situations de dénombrement ;
- une addition ou une soustraction pour évaluer la diminution ou l'augmentation d'une quantité, la réunion de deux quantités ;
- une représentation par une ligne graduée ;
- la réunion de plusieurs quantités ou valeurs identiques, une situation de partage.

Cependant, si ce logiciel peut aider à la compréhension des problèmes, la modélisation ou représentation du problème est fortement orientée par l'interface du logiciel. Cela induit dès le départ une certaine « vision » de la situation, en présentant par exemple à l'écran les ensembles où l'élève doit déposer les objets.

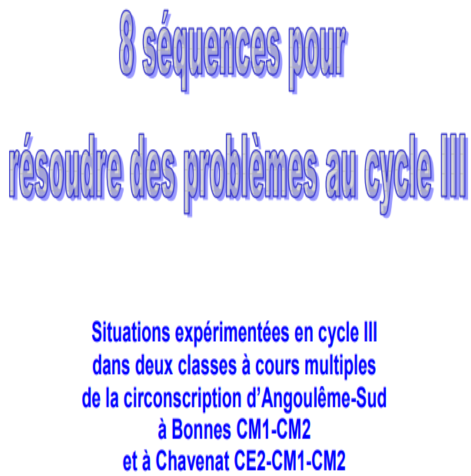
Lien pour le téléchargement : http://scideralle.org/spip.php?page=article&id_article=334

## 5- 8 séquences pour résoudre des problèmes de cycle 3

Ce document proposé par l'Académie de Poitiers a pour but de développer, chez les élèves, une attitude mathématique face à cette tâche complexe que constitue la résolution d'un problème. Celle-ci a été détachée de l'enseignement des techniques opératoires et de la numération afin de casser une représentation de la résolution de problèmes, souvent bien installée chez les élèves, consistant à déterminer au plus vite la "bonne opération" à partir de quelques mots inducteurs de l'énoncé.

<u>Quelques lignes directrices ont guidé ce travail :</u>

- une organisation de l'enseignement autour de deux pôles :
  - développer, expliciter l'exploration de l'énoncé écrit d'un problème.
  - amener les élèves à construire et utiliser des répertoires de situations qui, à terme, donneront du sens aux opérations et rendront plus sûr le choix des procédures de résolutions
    .
- une centration des travaux sur les problèmes arithmétiques fondamentaux.
- une attention toute particulière au rebrassage des connaissances.
- un apprentissage de la rédaction de la solution différé du temps de résolution du problème.



- des activités quotidiennes pour ancrer l'apprentissage :
    - le calcul mental
    - les petits problèmes oraux

Pour télécharger le document :

http://ww2.ac-poitiers.fr/dsden16-pedagogie/sites/dsden16-pedagogie/IMG/pdf/8_sequences_resoudre_problemes_cycle_3.pdf

## 5- ROMA

ROMA propose une démarche explicite d'investigation et de découverte des stratégies de résolution de problèmes au sein d'un dispositif d'Ateliers de Compréhension de Problèmes : les ACP.
Ces ateliers fonctionnent avec un petit groupe d'élèves afin que tous et chacun puissent s'approprier, se représenter et modéliser ces situations avant de les résoudre. La démarche s'appuie sur les représentations des élèves en fonction du type de problème.
Trois types de problèmes sont plus particulièrement explorés dans les ACP :

- **Des problèmes de type I pour apprendre à :**
    - Tirer des informations de différents supports : image, texte, schéma, tableau, graphique…
    - Traduire des informations d'un support à un autre
    - Organiser et traiter logiquement les informations
- **Des problèmes de type II pour apprendre à :**
    - Reconnaitre les différentes structures additives des problèmes arithmétiques
    - Reconnaitre les différentes structures multiplicatives des problèmes arithmétiques
- **Des problèmes de type III pour apprendre à :**
    - Gérer simultanément la prise d'informations et leur traitement dans des tâches complexes
    - Organiser un raisonnement à plusieurs étapes

https://www.roma-descartes.fr/

ROMA Réseau des Observatoires des Mathématiques
Pour une pédagogie de la compréhension

# Ce que l'on peut attendre des élèves

Les élèves vont peu à peu mettre en place une base de connaissances spécifiques, accessibles et organisées de façon cohérente et flexible qui doivent intégrer des faits mathématiques, des symboles, des algorithmes, des concepts et des règles et des exemples de résolutions .

<u>Globalement ce qui est attendu des élèves renvoie aux actions suivantes :</u>

- développer des stratégies de recherche en situation de problèmes

- savoir observer, savoir être attentif, savoir gérer ses émotions, mobiliser des connaissances mémorisées

- développer des stratégies d'auto-régulation (détermination du but, la planification, le contrôle et l'ajustement)

- mettre à l'épreuve ses propres représentations sociales des mathématiques

- développer et exercer les élèves à des stratégies telles que :

/lire-comprendre : le maitre lit plusieurs fois et les élèves écoutent, plus prélèvent des informations, les mettent en lien avec le support écrit, reformuler, paraphraser si nécessaire.

/ reconnaître la structure du problème, passer éventuellement par des décompositions de sous problèmes (dans le cas des problèmes à étapes). Le but est de reconnaître parmi plusieurs propositions le schéma type/ la catégorisation du problème ou de réaliser la représentation type du problème (cela passe en amont par la réalisation de plusieurs modélisations de problèmes).

/ Compléter la structure et mettre en équation : compléter la structure c'est indiquer explicitement ce que l'on sait, de que l'on recherche et les liens entre ce qui est connu et inconnu. Compléter un schéma c'est montrer que dans une structure que l'on perçoit, on sait agencer les éléments pour qu'ils prennent sens. L'équation établie nous amène alors immédiatement vers une stratégie de résolution qui a pour objectif d'être automatisées ;

- résoudre

- exprimer le résultat la réponse

- expliciter sa démarche

L'enjeu est donc aussi de catégoriser ponctuellement des problèmes et ancrer en mémoire les caractéristiques des catégories de problèmes, de modéliser, de représenter ponctuellement des situations en respectant la grammaire, de modéliser pour structurer, de structurer pour expliciter ;

- développer ses compétences en calcul mental

- développer ses compétences en calculs posés pour automatiser toutes les techniques en lien le calcul en ligne et le calcul mental

- aborder en parallèle et non séquentiellement les 4 opérations pour construire le nombre sous différents aspects.

- travailler la décomposition des nombres.

# Ces procédures se retrouvent dans les compétences attendues :

**CYCLE2**

A3 : Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul

Résoudre des problèmes issus de situations de la vie quotidienne ou adaptés de jeux portant sur des grandeurs et leur mesure, des déplacements sur une demi-droite graduée..., conduisant à utiliser les quatre opérations.

Sens des opérations.

Problèmes relevant des structures additives (addition/soustraction).

Problèmes relevant des structures multiplicatives, de partages ou de groupements (multiplication/division).

Modéliser ces problèmes à l'aide d'écritures mathématiques.

Sens des symboles +, -, ×, :

Organisation et gestion de données

Exploiter des données numériques pour répondre à des questions.

Présenter et organiser des mesures sous forme de tableaux.

Modes de représentation de données numériques : tableaux, graphiques simples, etc.

CP : Résolution des problèmes additifs et soustractifs

CE 2 : Résolution de problèmes complexes, éventuellement à deux étapes pouvant nécessiter l'exploitation d'un tableau ou d'un graphique, ou l'élaboration de stratégies originales.

L'étude de la division est initié au cours du cycle 2 dans des situations simples de partage ou de groupement, résolution de problèmes où l'on cherche combien de fois une grandeur contient une autre grandeur ou ceux où l'on partage une grandeur en un nombre donné de grandeurs.

Le réinvestissement de nombreux problèmes arithmétiques élémentaires permet d'accéder à différentes compréhensions de chaque opération.

Résoudre des problèmes impliquant des longueurs, des masses, des contenances, des durées, des prix

Résoudre des problèmes, notamment de mesurage et de comparaison, en utilisant les opérations sur les grandeurs ou sur les nombres.

Opérations sur les grandeurs (addition, soustraction, multiplication par un entier, division : recherche du nombre de parts et de la taille d'une part).

Quatre opérations sur les mesures des grandeurs.

Principes d'utilisation de la monnaie (en euros et centimes d'euros).

Lexique lié aux pratiques économiques.

Résoudre des problèmes impliquant des conversions simples d'une unité usuelle à une autre.

Convertir avant de calculer si nécessaire. Relations entre les unités usuelles.

**CYCLE3**

Résoudre des problèmes mettant en jeu les quatre opérations ;

Prélever des données numériques à partir de supports variés. Produire des tableaux, diagrammes et graphiques organisant des données numériques.

Exploiter et communiquer des résultats de mesures.

Reconnaitre et résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée.

La progressivité sur la résolution de problèmes, outre la structure mathématique du problème, repose notamment sur :

- les nombres mis en jeu : entiers (tout au long du cycle) puis décimaux ;

- le nombre d'étapes de calcul et la détermination ou non de ces étapes par les élèves : problèmes dont la solution engage une démarche à une ou plusieurs étapes indiquées dans l'énoncé → problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche ;

- les supports envisagés pour la prise d'informations : collecte des informations utiles à partir d'un support unique en CM1 (texte ou tableau ou représentation graphique) puis à partir de deux supports complémentaires

→ tâches complexes mêlant plusieurs supports en 6ème.

La communication de la démarche et des résultats prend différentes formes et s'enrichit au cours du cycle3. Dès le début du cycle3, les problèmes proposés relèvent des quatre opérations, l'objectif est d'automatiser la reconnaissance de l'opération en fin de cycle 3.

Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs (géométriques, physiques, économiques), en utilisant des nombres entiers et des nombres décimaux.

Résoudre des problèmes de comparaison avec et sans recours à la mesure.

Résoudre des problèmes dont la résolution mobilise simultanément des unités différentes de mesure et/ou des conversions.

## Les compétences visées

| | |
|---|---|
| Chercher | - S’engager dans une démarche, de résolution de problèmes en observant, en posant des questions, en manipulant, en expérimentant, en émettant des hypothèses, si besoin avec l’accompagnement du professeur après un temps de recherche autonome.<br>- Tester, essayer plusieurs pistes proposées par soi-même, les autres élèves ou le professeur. |
| Modéliser | - Utiliser les outils mathématiques pour résoudre des problèmes concrets, notamment des problèmes portant sur des grandeurs et des mesures.<br>- Réaliser que certains problèmes relèvent de situations additives, d’autres de situations multiplicatives, de partages ou de groupements.<br>- Reconnaitre des formes dans des objets réels et les reproduire géométriquement. |
| Représenter | - Appréhender différents systèmes de représentations (dessins, schémas, arbres de calcul, etc.).<br>- Utiliser des nombres pour représenter des quantités ou des grandeurs.<br>- Utiliser diverses représentations de solides et de situations spatiales. |
| Raisonner | - Anticiper le résultat d'une manipulation, d'un calcul, ou d'une mesure.<br>- Raisonner sur des figures pour les reproduire avec des instruments.<br>- Tenir compte d'éléments divers (arguments d'autrui, résultats d'une expérience, sources internes ou externes à la classe, etc.) pour modifier son jugement.<br>- Prendre progressivement conscience de la nécessité et de l'intérêt de justifier ce que l'on affirme. |
| Calculer | - Calculer avec des nombres entiers, mentalement ou à la main, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies adaptées aux nombres en jeu.<br>- Contrôler la vraisemblance de ses résultats. |
| Communiquer | - Utiliser l’oral et l’écrit, le langage naturel puis quelques représentations et quelques symboles pour expliciter des démarches, argumenter des raisonnements. |

# Note sur les évaluations TIMSS

Comme pour les sciences, les exercices proposés aux évaluations de 2015 se distribuent comme suit :

- 35% de connaissances à restituer ;

- 40% de connaissances procédurales à mettre en œuvre

- 25% de raisonnements à effectuer.

- 30% des exercices portent sur les nombres ;

- 30% sur l'algèbre ;

- 20% sur la géométrie ;

- 10% sur la gestion des données.

**En annexe : quelques exemples d'exercices issus de l'évaluation TIMSS**

***Issus du site groupe mathématiques Mosellan.***